

ყურადღება !!!

აქ მოყვანილი ამოცანები არაა კოლოქვიუმის „ანალოგიური ამოცანები“ !!!

კოლოქვიუმში მოსული ამოცანები იქნება ამ ტიპის, რაც იმას ნიშნავს, რომ არ მიიღება აქ მოყვანილ ამოცანებში მონაცემთა შეცვლით.

საკითხი 1: განიხილეთ კონსპექტის მე-4-ე გვერდზე მოყვანილი ალგორითმი „მგელი, კურდღელი და სტაფილო“.

1. რა არის ამ ამოცანის მოცემულობა, შედეგი და შეზღუდვა?
2. დაამტკიცეთ ამ ალგორითმის სისწორე და დაითვალეთ მისი ბიჯების რაოდენობა.

საკითხი 2: განიხილეთ კონსპექტის მე-6-ე გვერდზე მოყვანილი ალგორითმი „მგელი, კურდღელი და სტაფილო“ (სწრაფი ვერსია). მივიღებთ თუ არა ამ ალგორითმის მუშაობის შემდეგ იმ შედეგს, რომელიც ამოცანაშია მოთხოვნილი? არის თუ არა ეს ყველაზე სწრაფი ალგორითმი იმ ალგორითმთა შორის, რომელიც ამ ამოცანას ხსნის?

საკითხი 3: განვიხილოთ n მთელი რიცხვის ზრდადობით დალაგების ამოცანა. რა არის ამ ამოცანაში მოცემული? რა უნდა იყოს მისი საბოლოო შედეგი?

საკითხი 4: მოიყვანეთ შემდეგი ამოცანის ალგორითმი: მოცემული 10 ცალი მთელი რიცხვისათვის დაითვალეთ კენტ რიცხვთა ჯამი. მინიშნება: ყოველ ბიჯზე უნდა შევამოწმოთ, არის თუ არა მოცემული რიცხვი კენტი. რამდენ ბიჯს მოითხოვს ასეთი ალგორითმი? რიცხვის კენტობის შემოწმება და მიმატების ოპერაცია თითო-თითო ბიჯად ჩათვალოთ. რა არის ამ ამოცანის მონაცემი? რა არის შედეგი? როგორია პირობაზე დადებული შეზღუდვა?

საკითხი 5: განიხილეთ კონსპექტის მე-8-ე გვერდზე მოყვანილი ალგორითმი A_n (n ნავის გაყვანის ალგორითმი). რისი ტოლია A_7 ?

საკითხი 6: სწორად ამოხსნის თუ არა შემდეგი ალგორითმი $A_n = A_{n-1} + U, A_1 = n$ ნავის გაყვანის ამოცანას?

საკითხი 7: მოცემულია რეკურსიული ტოლობა $T_n = T_{n-1} + 4$. გახსენით რეკურსია (ტოლობა ჩაწერეთ არარეკურსიული სახით)

საკითხი 8: კონსპექტის მე-9-ე გვერდზე მოყვანილია n ნავის გაყვანის ამოცანის A_n ალგორითმის ბიჯების რაოდენობის შეფასების პროცესი (შედეგი მიღებულია მე-10-ე გვერდზე. დაამტკიცეთ, რომ ამაზე უფრო სწრაფი ალგორითმი ვერ იარსებებს.

საკითხი 9: განვიხილოთ კენტ რიცხვთა მიმდევრობა: $a_1 = 1, a_n = a_{n-1} + 2$. მათემატიკური ინდუქციის გამოყენებით დაამტკიცეთ: $a_n = 2n - 1$.

საკითხი 10: მათემატიკურ ინდუქციაზე დაყრდნობით დაამტკიცეთ: თუ $a_1 = 1$ და $a_n = a_{n-1} + 2$ (კენტ რიცხვთა მიმდევრობა), მაშინ $\sum_{i=1}^n a_i = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ (პირველი n კენტი რიცხვის ჯამი) გამოითვლება ფორმულით:

$$\sum_{i=1}^n a_i = n^2.$$

საკითხი 11: მოცემულია რეკურსიული ფორმულა: $S_n = S_{n-1} + 1, S_1 = 1$. გახსენით რეკურსია (ჩაწერეთ S_n არარეკურსიული სახით ისე, როგორც ეს ნაგების ალგორითმის ბიჯების რაოდენობის გამოთვლისას გავაკეთეთ).

საკითხი 12: მოცემულია რეკურსიული ფორმულა: $K_n = K_{n-1} + n, K_1 = 1$. გახსენით რეკურსია.

საკითხი 13: მოცემულია რეკურსიული ფორმულა: $L_n = 2 \cdot L_{n-1} + 1, L_1 = 1$. გახსენით რეკურსია.

საკითხი 14: რეკურსიულად ჩაწერეთ ჰანოის კოშკების ალგორითმები $A_3^{B,C}, A_3^{C,A}, A_3^{A,B}, A_3^{B,A}$ და $A_3^{C,B}$ (იხ. ზემოთ მოყვანილი ანალოგიური ჩანაწერი $A_3^{A,C}$).

საკითხი 15: რეკურსიულად ჩაწერეთ ჰანოის კოშკების ალგორითმები $A_4^{B,C}, A_4^{C,A}, A_4^{A,B}, A_4^{B,A}$ და $A_4^{C,B}$ (იხ. ზემოთ მოყვანილი ანალოგიური ჩანაწერი $A_3^{A,C}$).

საკითხი 16: რას აღნიშნავს შემდეგი ჩანაწერები: $A_7^{B,C}$, $A_{12}^{C,B}$, $A_4^{B,C}$?

საკითხი 17: დაუშვათ, მოცემულია შემდეგი ჩანაწერი: $A_3^{A,C} = [A_1^{A,B}, A_2^{A,C}, A_1^{B,C}]$. სიტყვიერად ასხენით, რა ოპერაციები უნდა შესრულდეს ამ ჩანაწერის შესაბამისად. ირღვევა თუ არა ამ ალგორითმის შესრულებისას პანთის კოშკების ამოცანის პირობა?

საკითხი 18: მათემატიკურ ინდუქციაზე დაყრდნობით დაამტკიცეთ $A_{n+1}^{A,C} = [A_n^{A,B}, A_1^{A,C}, A_n^{B,C}]$ ალგორითმის სისწორე.

საკითხი 19: ზემოთ მოყვანილ მსჯელობაში, $A_3^{A,C}$ ალგორითმის სისწორის მტკიცებისას, რამოდენიმეჯერ აღვნიშნეთ, რომ ერთი ძელი ცარიელია (C ან A). რა საჭიროა ეს შენიშვნა სისწორის მტკიცებისას?

საკითხი 20: კონსპექტის მე-13-ე გვერდზე მოყვანილ მსჯელობაში, $A_3^{A,C}$ ალგორითმის სისწორის მტკიცებისას, რამოდენიმეჯერ აღვნიშნეთ, რომ ერთი ძელი ცარიელია (C ან A). რა საჭიროა ეს შენიშვნა სისწორის მტკიცებისას?

საკითხი 21: რას აღნიშნავს $T(A_{n+3}^{A,C})$, $T(A_3^{C,B})$, $T(A_7^{A,C})$?

საკითხი 22: რისი ტოლია $T(A_1^{A,C})$ და $T(A_2^{A,C})$?

საკითხი 23: დაამტკიცეთ, რომ $T(A_1^{A,C}) = T(A_1^{B,C})$ და ზოგადად: $T(A_n^{X_1, X_2}) = T(A_n^{Y_1, Y_2}) \forall X_1, X_2, Y_1, Y_2 \in \{A, B, C\}$ და $X_1 \neq X_2, Y_1 \neq Y_2$ (არ აქვს მნიშვნელობა, რომელი ძელიდან რომელზე გადავაწყოთ პირამიდას - ბიჯების რაოდენობა უცვლელია).

საკითხი 24: მათემატიკურ ინდუქციაზე დაყრდნობით დაამტკიცეთ: $T(A_n^{A,C}) = 2^n - 1$.

საკითხი 25: განიხილეთ კონსპექტის მე-16-ე გვერდზე მოყვანილი ალგორითმი P_n .

საკითხი 26: გამოითვალეთ $T(P_n)$. ჩათვალეთ, რომ ორ წერტილზე წრფის გავლების, მოცემულ ორ წერტილს შორის მანძილის ფარგლით მონიშნისა და მოცემულ წერტილზე რაიმე რადიუსით წრეწირის გავლების ბიჯების რაოდენობა ერთის ტოლია.

საკითხი 27: მოცემულია ოთხი წერტილი A, B, C, D . რა ალგორითმით შეიძლება $|A, B| + |C, D|$ სიგრძის მონაკვეთის აგება? გამოითვალეთ ამ ალგორითმის ბიჯების რაოდენობა და დაამტკიცეთ მისი სისწორე.

საკითხი 28: მოცემულია ორი ცერტილი A, B , სადაც $|A, B| > 1$. შეადგინეთ ალგორითმი, რომელიც $|A, B| - 1$ სიგრძის მონაკვეთს ააგებს. გამოითვალეთ ამ ალგორითმის ბიჯების რაოდენობა და დაამტკიცეთ მისი სისწორე.

საკითხი 29: განიხილეთ კონსპექტის მე-17-ე გვერდზე მოყვანილი ნახაზი და დაამტკიცეთ:

1. იქ მოყვანილ ალგორითმში A და L წერტილებზე უნდა ჩავატაროთ $P(A, L)$ ალგორითმი. დაწვრილებით აღწერეთ ნახაზებით ეს პროცესი, რომლის შედეგადაც მიიღება K და T წერტილები.
2. რა მოხდება, თუ C წერტილში $|A, C|$ რადიუსით გავლებული წრეწირი (A, B) წრფეს მხოლოდ ერთ წერტილში გადაკვეთს და მეორე L წერტილი არ მიიღება?
3. ზემოთ მოყვანილ ალგორითმში, $P(A, L)$ ალგორითმის შესრულების შემდეგ, რატომ მიიღება ორი დამატებითი წერტილი K და T ?
4. დაამტკიცეთ, რომ (C, T) წრფე (A, B) წრფის პერპენდიკულარულია.
5. მოცემულია ერთ წრფეზე მყოფი სამი წერტილი A, B და მათ შორის მდებარე C . რა ალგორითმით შეიძლება C წერტილიდან (A, B) წრფის პერპენდიკულარული წრფის აგება?
6. მოცემულია ორი წერტილი A და B და ერთი წერტილი C , რომელიც არ დევს (A, B) წრფეზე. რა ალგორითმით შეიძლება C წერტილიდან (A, B) წრფის პარალელური წრფის აგება (ანუ ისეთი D წერტილის აგება, რომ (C, D) წრფე (A, B) წრფის პარალელური იყოს)?

საკითხი 30: განიხილეთ კონსპექტის მე-18-ე გვერდზე მოცემული ნახაზები. სამკუთხედების მსგავსებით დაამტკიცეთ, რომ $|A_1, K| = a_1 \cdot a_2$. დაამტკიცეთ, რომ თუ $a_2 < 1$, ალგორითმი მაინც სწორად მუშაობს.

საკითხი 31: განიხილეთ კონსპექტის 19-20 გვერდებზე მოყვანილი ალგორითმი, რომელიც $\sqrt{2}$ ტოლ მონაკვეთს ააგებს. დასაზოგადოებლად ამ ალგორითმის ყოველი ბიჯის დიაგრამა (რას რა სურათი გვექნება ყოველი ბიჯის შემდეგ). დაამტკიცეთ, რომ $|A_1, E| = \sqrt{2}$, თუ $|A_1, A_2| = 1$.

საკითხი 32: მათემატიკური ინდუქციით დაამტკიცეთ $H(n)$ ალგორითმის სისწორე (გვ. 20).

საკითხი 33: რისი ტოლია $T(H(n))$? (გვ. 20)

საკითხი 34: შეადგინეთ რეკურსიული ალგორითმი, რომელიც ფესვს ნებისმიერი რაციონალური რიცხვიდან გამოიანგარიშებს.

საკითხი 35: მოცემულია ორი წერტილი A და B . რა ალგორითმით შეიძლება წრეწირის შემოვლება, რომლის დიამეტრია $[A, B]$?

საკითხი 36: რას ნიშნავს შემდეგი ჩანაწერები: $|w|$, $w[|w|]$, $w(|w|)$, $w[|w| - 1]$, $w[0]$, $w\{|w|\}$, $w\{|w|\}$, $w\{|w| - 1\}$, $w\{0\}$?

საკითხი 37: რას ნიშნავს შემდეგი ჩანაწერები: $|w|$, $w[|w|]$, $w(|w|)$, $w[|w| - 2]$, $w[0]$, $w\{|w|\}$, $w\{|w|\}$, $w\{|w| - 3\}$, $w\{0\}$, თუ $w = \text{„ელექტროფიკაცია“}$?

საკითხი 38: მოცემულია რაღაცა ანბანი A და ორი სიტყვა $w_1 \in A^m$ და $w_2 \in A^n$. რისი ტოლია $|w_1 \circ w_2|$?

საკითხი 39: მოცემულია ორი სიტყვა $w_1 \in A^*$ და $w_2 \in B^*$, სადაც A და B რაღაცა ანბანებია. რა ანბანის სიტყვაა $w_1 \circ w_2$?

საკითხი 40: მოცემულია სიტყვები $w_1 = 00134$, $w_2 = 65430$, $w_3 = 001$, $w_4 = 346$. ჭეშმარიტია თუ არა შემდეგი გამონათქვამი: $w_3 \circ w_4 = w_1 \circ w_4[6]$? პასუხი დაამტკიცეთ.

საკითხი 41: ჭეშმარიტია თუ არა შემდეგი გამონათქვამები: $w \in A^{|w|}$, $w \in A^{|w|-1}$, $w[k] \in A^k$ თუ w სიტყვა A ანბანზეა შედგენილი და $k \in \mathbb{N}$? პასუხები დაამტკიცეთ.

საკითხი 42: განიხილეთ კონსპექტის 24-ე გვერდზე მოცემული პირველი ცხრილი, რომელიც ასეოებს ორ ციფრს შეუსაბამებს. როგორ ჩაიწერება ამ მეთოდებით სიტყვა „ელექტროფიკაცია“ ? რომელი ქართული სიტყვაა ჩაწერილი სიტყვით „02001113250300“ ?

საკითხი 43: განიხილეთ კონსპექტის 24-ე გვერდზე მოცემული ალგორითმი $P(w)$. დაწვრილებით აღწერეთ $P(\text{„ხელი“})$ ალგორითმის მსვლელობა (რას აკეთებს ყოველ ბიჯში).

საკითხი 44: გადაიყვანეთ ორობით კოდში შემდეგი რიცხვები: 13, 127, 17, 8, 16, 0.

საკითხი 45: რიცხვები 13, 127, 17, 8, 16, 0 ჩაწერეთ რვაობით, თექვსმეტობით და ორობით კოდებში.

საკითხი 46: დაწერეთ ალგორითმი, რომელიც ორობით კოდში ჩაწერილ რიცხვს ათობით კოდში გადაიყვანს.

საკითხი 47: განვიხილოთ შემდეგი ამოცანა: მოცემულია $n \in \mathbb{N}$. შეადგინეთ $A \times A$, სადაც $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.

საკითხი 48: დაამტკიცეთ, რომ მიმართება $R_3 \subset \mathbb{N} \times \mathbb{N}$, $R_3 = \{(a, b) | a \leq b\}$ რეფლექსური და სრულია.

საკითხი 49: დაწერეთ, რისი ტოლია შემდეგი სიმრავლეები:

(ა) $\{1\} \times \{1, 2\} \times \{1, 2, 3\}$;

(ბ) $\emptyset \times \{1, 2, 3\}$;

(გ) $2^{\{1,2\}}$, რაც არის $\{1, 2\}$ სიმრავლის ყველა შესაძლო ქვესიმრავლის სიმრავლე;

(დ) $2^{\{1,2\}} \times \{1, 2\}$.

საკითხი 50: გრაფიკულად გამოხატეთ კონსპექტის 31-ე გვერდზე მოცემული მიმართება R' ისე.

საკითხი 51: მოიყვანეთ ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეზე განსაზღვრული ექვივალენტურობის მიმართების მაგალითი, რომელიც სამ ქვესიმრავლეს გამოჰყოფს. თითოეულ ასეთ კლასში ერთმანეთის ექვივალენტური ელემენტებია.

საკითხი 52: მოცემულია $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ და მასზე განსაზღვრული ექვივალენტურობის მიმართება

$R = \{(a, b) \mid (a, b) \in R, \text{ თუ:}$

a და b ორივე იყოფა 2-ზე, მაგრამ არ იყოფა 3-ზე და არ იყოფა 5-ზე და არ იყოფა 7-ზე;

ან

a და b ორივე იყოფა 3-ზე, მაგრამ არ იყოფა 2-ზე და არ იყოფა 5-ზე და არ იყოფა 7-ზე;

ან

a და b ორივე იყოფა 5-ზე, მაგრამ არ იყოფა 2-ზე და არ იყოფა 3-ზე და არ იყოფა 7-ზე;

ან

a და b ორივე იყოფა 7-ზე, მაგრამ არ იყოფა 2-ზე და არ იყოფა 3-ზე და არ იყოფა 5-ზე

$\}$

ამოწერეთ ამ მიმართების ყველა ელემენტი და შემდეგ წარმოარგინეთ იგი გრაფიკულად.

საკითხი 53: დაამტკიცეთ, რომ კონსპექტის 33-ე გვერდზე მოყვანილი მიმართება R დალაგებაა.

საკითხი 54: დაწერეთ, თუ რისი ტოლია კონსპექტის 33-ე გვერდზე მოყვანილ A სიმრავლეზე განსაზღვრული დალაგების სიმრავლე, რომლის მიხედვითაც $1 \leq 3 \leq 2 \leq 5 \leq 8 \leq 4 \leq 0 \leq 9 \leq 7 \leq 6$.

საკითხი 55: დაამტკიცეთ, რომ თუ R_1 და R_2 რაღაცა სიმრავლეზე განსაზღვრული ნაწილობრივი დალაგებებია, მაშინ $R_1 \cap R_2$ იგივე სიმრავლეზე განსაზღვრული ნაწილობრივი დალაგებაა.

საკითხი 56: მოცემულია ნებისმიერი სიმრავლე S , რომელიც თავის მხრივ რაღაცა სიმრავლეებისაგან შედგება. დაამტკიცეთ, რომ $R_S = \{(A, B) \mid A, B \in S, A \subseteq B\}$ ნაწილობრივი დალაგებაა.

საკითხი 57: დაწერეთ ალგორითმი, რომელიც ქართულ ანბანზე განსაზღვრული ორი სიტყვისათვის w და v განსაზღვრავს, $w = v$ თუ $w < v$ თუ $v < w$.

საკითხი 58: განიხილეთ 34-ე გვერდზე მოყვანილი ალგორითმი $L(S, w)$. რა არის მისი მონაცემი? რა უნდა იყოს შედეგი? ინდუქციის გამოყენებით დაამტკიცეთ ამ ალგორითმის სისწორე. გამოითვალეთ მისი ბიჯების რაოდენობა, თუ $|S| = n$.