

დაპროგრამების საფუძვლები
ალგორითმების შედგენა და ანალიზი

ალექსანდრე გამყრელიძე

შესავალი

ჩვენს ყოველდღიურ ცხოვრებაში ალგორითმები უაღრესად დიდ როლს თამაშობენ ისე, რომ ჩვენ ამას ვერც კი ვამჩნევთ. უფრო მეტიც, ბევრმა არც კი იცის, თუ რა არის ალგორითმი. არა და ალგორითმები ყოველ ფეხის ნაბიჯზე გხვდება, ამ სიტყვის პირდაპირი მნიშვნელობით – ადამიანის სიარული გარკვეული თვალსაზრისით ალგორითმია: მარცხენა ფეხი გადადგი წინ, ტანი გადახარე ოდნავ წინ, მარჯვენა ფეხი გადაგი წინ და ეს პროცესი თავიდან გაიმეორე მანამ, სანამ სიარულის შეწყვეტა მოგიხდება. სხვათა შორის, ეს ცენტრალური ალგორითმია რობოტოტექნიკაში და დღეისათვის ბოლომდე გადაჭრილი არ არის -- როგორც აღმოჩნდა, ასეთი ერთი შეხედვით მარტივი ალგორითმის რეალიზაცია ძალიან რთულია.

მეორე მაგალითად ფშავური ხინკლის გაკეთების ალგორითმი შეიძლება მოვიყვანოთ:

მონაცემები:

ხორცი, ხახვი, რეჰანი, ქონდარი, წითელი წიწაკა, პილპილი, მარილი, ფქვილი

ალგორითმის მუშაობის შედეგი: ფშავური ხინკალი

ალგორითმის მუშაობის აღწერა:

ალგორითმი „ფშავური ხინკალი“

მონაცემები: ხორცი, ხახვი, რეჰანი, ქონდარი, წითელი წიწაკა, პილპილი, მარილი, ფქვილი, წყალი

1. გააკეთე ბულიონი: ძვლები ჩაყარე ქვაბში, დაასხი იმდენი წყალი, რომ დაიფაროს და ნელ ცეცხლზე ადუღე. როცა გასინჯავ და უკვე წყალ-წყალა აღარ იქნება, გადმოდგი და გაატარე წვრილ ბადეში, რომ ძვლების ნარჩენები არ შეჰყვეს. ამის შემდეგ გააცივე და გვერდზე გადადგი.
2. ხორცი, წიწაკა, ხახვი, რეჰანი და ქონდარი ცალ-ცალკე წვრილად აკეპე.
3. ხორცს დაასხი მარილითა და წიწაკით გაზავებული ნელ-თბილი ბულიონი და აზიდე. შემდეგ კიდევ დაასხი და აზიდე. ეს პროცედურა გაიმეორე მანამ, სანამ ბულიონს არ შეიწოვს და თავზე კიდევ ცოტა არ დადგება.
4. არსებულ ფარშს შეურიე დარჩენილი ხახვი, წიწაკა, პილპილი და მწვანელი (გემოვნებით).
5. შემდეგ აიღე ზუსტად იმდენივე ბულიონი, რამდენიც დაჭირდა ხორცს და შეურიე მარილი ისე, რომ სიმლაშე საკმაოდ ეტყობოდეს. ამ ბულიონით მოზილე საკმაოდ მაგარი ცომი.
6. დაადგი ბევრი მარილწყალი ძალიან მაღალ ცეცხლზე.
7. ცომიდან ჩამოჭერი მოგრძო ნაჭერი, თოკით დაამრგვალე და დაჭერი პატარა ნაჭრებად. ეს ნაჭრები ცალ-ცალკე გააბრტყელე თხელ, მრგვალ დისკებად. კოვზით აიღე ფარში, ცომის დისკებზე დადე და გაახვიე.
8. შემდეგ ჩაყარე მდულარე, მარილიან წყალში და დაახლოებით 10 - 12 წთ. ხარშე.

ალგორითმი დასრულებულია

ზემოთ მოყვანილ ხინკლის ალგორითმში შემდეგი რამ არის გასათვალისწინებელი: „ცომის მოზელების“ პროცესი თავის მხრივ ალგორითმია, რომელიც პერიოდულად უნდა გაგრძელდეს მანამ, სანამ ცომი სასურველ კონსისტენციას არ მიაღწევს (ასეთივე რამ შეიძლება ითქვას ხორცის აკეპვისა და ხინკლის გახვევის პროცედურებზეც). ესე იგი, აქ ჩართულია კიდევ შემოწმების მექანიზმი: თუ კონსისტენცია კარგია, მაშინ ალგორითმი დაასრულე. თუ არა, იგივე გაიმეორე.

ზოგადად, ალგორითმი რაიმე ამოცანის გადაჭრის გზაა, მაგრამ ამ გადაჭრისას უნდა გავითვალისწინოთ შემდეგი სამი პუნქტი:

1. ალგორითმი უნდა შედგებოდეს ერთი ან რამოდენიმე ბიჯისაგან;
2. როცა ალგორითმი ერთი ბიჯის შესრულებას დაასრულებს, იგი შემდგომი ბიჯის შესრულებაზე უნდა გადავიდეს;
3. ბიჯები შეიძლება პერიოდულად გამეორდეს, მაგრამ საერთო ჯამში ყოველი ალგორითმის ბიჯების საერთო რაოდენობა სასრული უნდა იყოს -- ალგორითმი როდესღაც უნდა გაჩერდეს.

ალგორითმებში მნიშვნელოვანია ორი ასპექტი:

1. სისწორე -- ეს ალგორითმი მართლა იმას აკეთებს, რაც მოეთხოვება?
2. სისწრაფე -- რამდენ ბიჯს ანდომებს ალგორითმი დაწყებიდან დამთავრებამდე?

ჩვენს ირგვლივ ძალიან ბევრი ამოცანა არსებობს: ხინკლის მოხარშვიდან დაწყებული და კოსმოსში რაკეტების გაგზავნით დამთავრებული. ბუნებრივად წამოიჭრა შეკითხვა: შეიძლება თუ არა ყველა ამოცანა ალგორითმულად გადაიჭრას (ანუ შეიძლება თუ არა ყველა ამოცანისათვის დაეწეროთ ალგორითმი, რომელიც მას ამოხსნის)? როგორც აღმოჩნდა, არსებობს ისეთი ამოცანათა სიმრავლე, რომლებსაც ალგორითმულად ვერ ამოვხსნით. უფრო მეტიც -- გაცილებით მეტია ისეთი ამოცანები, რომლებსაც ალგორითმულად ვერ ამოვხსნით, ვიდრე ისეთები, რომლებსაც შეიძლება მოუფრონოთ ალგორითმი. ეს კი იმას ნიშნავს, რომ ადამიანის ცხოვრებაში გაცილებით მეტი რამ არის ისეთი, რომელსაც კომპიუტერი ვერ ამოხსნის, ვიდრე ისეთი, რომელსაც „ხელოვნური ინტელექტი“ დაძლეოს.

როგორც აღმოჩნდა, ალგორითმულად ამოხსნად ამოცანებს შორისაც არსებობს ისეთი ამოცანები, რომელთა დღეისათვის ცნობილი ალგორითმებით ამოხსნაც ძალიან დიდ დროს მოითხოვს, ანუ უმეტეს შემთხვევებში ჩვენს ხელთ არსებული უძლიერესი გამომთვლელი მანქანებით ასობით ათას წელს მოანდომებდა -- ბიჯების რაოდენობა ძალიან სწრაფად იზრდება. მაგრამ მთავარი აქ ისაა, რომ არ არის ცნობილი, შეიძლება თუ არა ასეთი ამოცანებისათვის დაიწეროს ისეთი ალგორითმი, რომელიც უფრო სწრაფი იქნებოდა.

როდესაც წამოიჭრება ახალი ამოცანა, პირველ რიგში უნდა დავადგინოთ, შეიძლება თუ არა მისი ალგორითმულად ამოხსნა. თუ არ შეიძლება, მაშინ უნდა დავადგინოთ, როგორ შევცვალოთ ამ ამოცანის პირობები ისე, რომ იგი ამოხსნადი გახდეს და, ამავდროულად, რაც შეიძლება ახლოს იყოს ამ დასმულ ამოცანასთან.

თუ ამოცანა ამოხსნადია, უნდა დავადგინოთ, შეიძლება თუ არა მისი სწრაფად ამოხსნა? თუ არ შეიძლება, მაშინ უნდა დავადგინოთ, როგორ შევცვალოთ ამ ამოცანის პირობები ისე, რომ იგი ამოხსნადი გახდეს და, ამავდროულად, რაც შეიძლება ახლოს იყოს ამ დასმულ ამოცანასთან (ევრისტიკების შექმნა) ან ისეთი სწრაფი ალგორითმი შევქმნათ, რომელიც ზუსტად იმავე მონაცემებზე და პირობებში ზუსტ პასუხთან მიახლოვებულ პასუხს მოგვცემს (მიახლოებითი ალგორითმები).

მაგრამ თუ სწრაფი ალგორითმის შექმნა შესაძლებელია, როგორ შევქმნათ ოპტიმალური ალგორითმი, ანუ ისეთი, რომ მასზე სწრაფი ალგორითმი არ არსებობდეს?

ამ საკითხების გარკვევაში გვეხმარება თეორიული ინფორმატიკის ერთ-ერთი განხრა -- ალგორითმების თეორია, რომლის შესავალსაც ჩვენ აქ განვიხილავთ.

1 ალგორითმების მარტივი მაგალითები

1.1 მგელი, კურდღელი და სტაფილო

განვიხილოთ ბევრისათვის კარგად ცნობილი ამოცანა მგლის, კურდღლისა და სტაფილოს შესახებ (ეს ამოცანა უფრო კარგადაა ცნობილი, როგორც მგლის, თხისა და კომბოსტოს ამოცანა):

მდინარის ერთ ნაპირზე იმყოფებიან ბეჭემოტი, მგელი, კურდღელი და სტაფილო (ნახ.1). ბეჭემოტს აქვს ნაგი, რომელშიც ეტევა მხოლოდ იგი და ერთი რომელიმე სხვა მგზავრი: მგელი, კურდღელი ან სტაფილო.



ნახ. 1:

სანამ ბეჭემოტი სხვა ცხოველებთან ერთადაა ნაპირზე, ისინი კარგად იქცევიან და ერთმანეთს არ დაერევიან. მაგრამ საკმარისია მან მარტო დატოვოს ერთ ნაპირზე კურდღელი და მგელი, რომ ეს უკანასკნელი კურდღელს ეტაკება. თვით კურდღელი კი მარტო დარჩენილ სტაფილოს შესჭამს.

თუ მგელი სტაფილოთი დარჩება ერთ ნაპირზე მარტო, არაფერი არ მოხდება.



ნახ. 2:

ამოცანა მდგომარეობს შემდეგში: დაწერეთ ალგორითმი, რომლის მეშვეობითაც ბეჭემოტი თავისი ნაგით სამივეს გადაიყვანს მეორე ნაპირზე.

პირველ რიგში უნდა ჩამოვაყალიბოთ ამოცანა: მოცემულობა, საბოლოო შედეგი და ალგორითმის მსგელობისას დადებული შეზღუდვები.

მოცემულია: მდინარე და მის ერთ ნაპირზე მყოფი ნაგი, ბეჭემოტი, მგელი, კურდღელი და სტაფილო (ნახ. 1 (ა)).

შედეგი: ეს ყველა მეორე ნაპირზე ერთად მყოფი (ნახ. 1 (ბ)).

შეზღუდვა: ცხოველები გადააყვანს ბეჭემოტს ორ ადგილიანი ნაგით (პირველი შეზღუდვა -- ნაგში უნდა იჯდეს ბეჭემოტი, რომელსაც მხოლოდ ერთი ადგილი რჩება თავისუფალი და, აქედან გამომდინარე, მეორე ნაპირზე ერთ ჯერზე შეუძლია გადაიყვანოს ან მხოლოდ მგელი, ან მხოლოდ კურდღელი, ან მხოლოდ სტაფილო). მგლისა და კურდღლის მარტო დატოვება არ შეიძლება, ასევე არ შეიძლება კურდღლისა და სტაფილოს მარტო დატოვება (მეორე და მესამე შეზღუდვა).

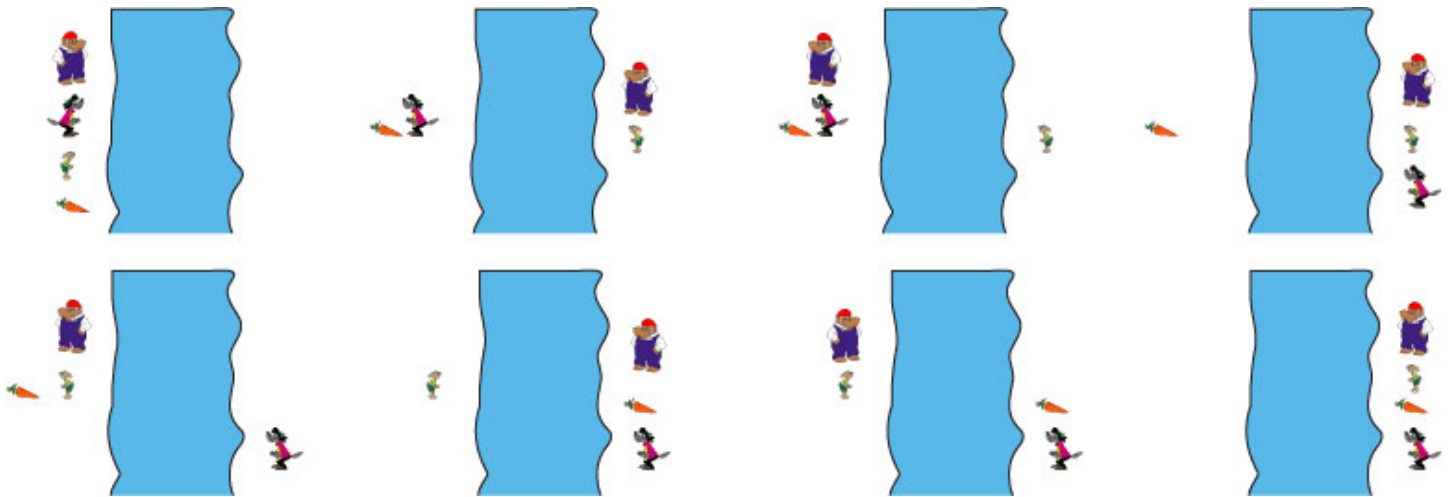
ამ ამოცანის ამოსახსნელად შეიძლება გამოვიყენოთ შემდეგი ალგორითმი, რომლის ყოველი ბიჯის ნახატი წარმოდგენილია 3-ში (დავუშვათ, რომ დასაწყისში ყველა მდინარის მარცხენა ნაპირზეა და ბოლოს მარჯვენა ნაპირზე უნდა იყოს):

ალგორითმი „მგელი, კურდღელი და სტაფილო“

მონაცემები: მდინარე და მის მარცხენა ნაპირზე განთავსებული ბეჭემოტი, მგელი, კურდღელი და სტაფილო;

1. მარჯვენა ნაპირზე გადაიყვანე კურდღელი ;
2. დაბრუნდი მარცხენა ნაპირზე ;
3. მარჯვენა ნაპირზე გადაიყვანე მგელი ;
4. მარცხენა ნაპირზე გადაიყვანე კურდღელი ;
5. მარჯვენა ნაპირზე გადაიტანე სტაფილო ;
6. დაბრუნდი მარცხენა ნაპირზე ;
7. მარჯვენა ნაპირზე გადაიყვანე კურდღელი .

ალგორითმი დასრულებულია



ნახ. 3: ალგორითმის თითოეული ბიჯი

პირველ რიგში უნდა დავამტკიცოთ ამ ალგორითმის სისწორე: რომ მისი საწყისი მონაცემებით გაშვებისას სასურველი შედეგი მიიღება და რომ ამ ალგორითმის მსგელობისას ამოცანის არც ერთი პირობა არ ირღვევა (არ ხდება ისეთი რამ, რაც ზემოთ ჩამოთვლილ შეზღუდვებს დაარღვევდა).

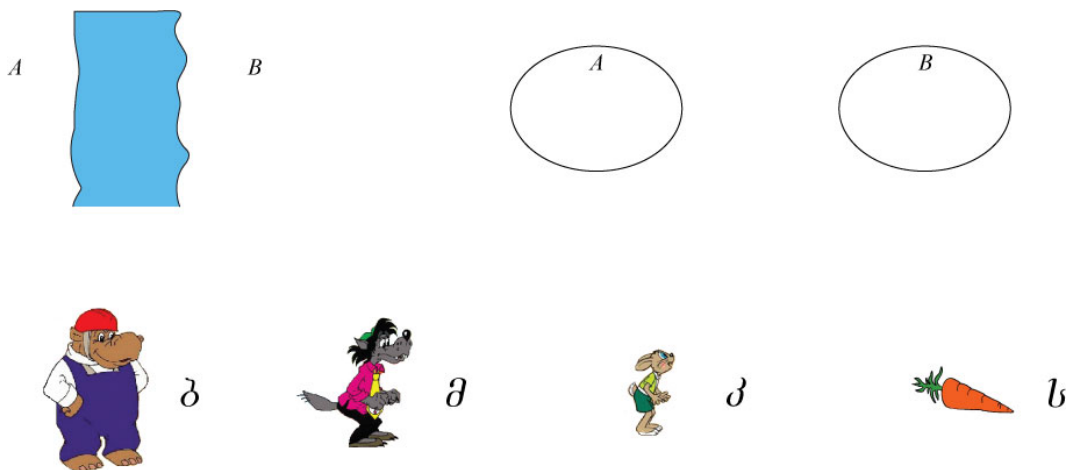
საეარჯიშო 1.1: დაამტკიცეთ ამ ალგორითმის სისწორე (ანუ ვთქვათ, რომ შედეგად მიიღება ის, რაც მოეთხოვება და არც ერთი ბიჯის ჩატარების შემდეგ ამოცანის პირობა თავისი შეზღუდვებით არ ირღვევა).

შემდეგ უნდა გამოვითვალოთ მისი სისწრაფე, ანუ რამდენ ბიჯს ანდომებს იგი დასაწყისიდან გაჩერებამდე.

საეარჯიშო 1.2: დაითვალეთ ამ ალგორითმის ბიჯების რაოდენობა.

როგორც წესი, ყოველდღიური ამოცანის დასმისას დიდი ინფორმაცია არ არის მნიშვნელოვანი. მაგალითად, არ არის საინტერესო, თუ რა ფორმისა ან სივანისაა მდინარე, რა ფერისაა ნავი და ა.შ. ჩვენ გვინტერესებს მხოლოდ ის ინფორმაცია, რომელიც ამოცანის პირობისთვისაა მნიშვნელოვანი. მაგალითად ის, რომ ერთ ჯერზე

მხოლოდ ორი მგზავრი ეტყევა ნავში და ერთ-ერთი მგზავრი აუცილებლად ბეჭემოტია. თუ ჩვენ მარცხენა ნაპირს დავარქმევთ A , ხოლო მარჯვენას კი B , ეს ორი ნაპირი შეგვიძლია გამოვსახოთ ორი სიმრავლით, რომელსაც აგრეთვე სიმრავლე A და სიმრავლე B ეცოდება. ყოველ ცხოველს შევუსაბამებთ ერთ ასოს – ბეჭემოტი \Rightarrow ბ, მგელი \Rightarrow მ, კურდღელი \Rightarrow კ და სტაფილო \Rightarrow ს (ნახ. 4).



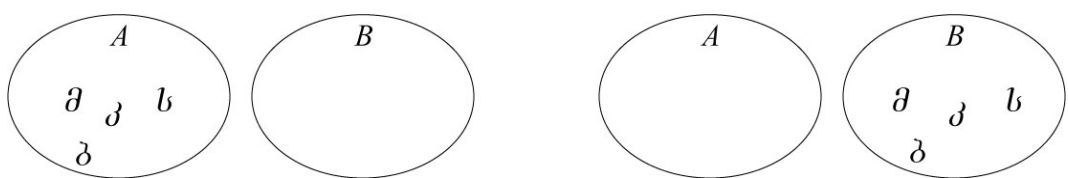
ნახ. 4:

მაშინ საწყისი და საბოლოო პირობები შემდეგნაირი იქნება (ნახ. 5). მათემატიკურ ენაზე კი დასმული ამოცანის პირობა ასე შეიძლება ჩამოყალიბდეს:

მოცემულია: ორი სიმრავლე $A = \{ბ, მ, კ, ს\}$ და $B = \emptyset$.

შედეგი: $A = \emptyset$ და $B = \{ბ, მ, კ, ს\}$.

შეზღუდვა: ყოველ ჯერზე იმ სიმრავლიდან, რომელიც შეიცავს ასო „ბ“, მეორე სიმრავლეში უნდა გადავიტანოთ ეს ასო და კიდევ ერთი ან ნული ასო. ის სიმრავლე, რომელიც არ შეიცავს ასო „ბ“, არ უნდა შეიცავდეს ერთად ასოებს {მ, კ} და {კ, ს}.



ნახ. 5:

ამოცანის პირობა ოდნავ გამარტივდება, თუ ასოების ნაცვლად გარკვეულ რიცხვებს ავიღებთ: ბეჭემოტი \Rightarrow 10, მგელი \Rightarrow 1, კურდღელი \Rightarrow 2 და სტაფილო \Rightarrow 3. მაშინ კურდღლისა და სტაფილოს ან კურდღლისა და მგლის ერთ ნაპირზე ყოფნა იმას ნიშნავს, რომ შესაბამისი სიმრავლის ელემენტების ჯამი კენტია, ხოლო ის ფაქტი, რომ ბეჭემოტი რომელიმე ნაპირზე არ იმყოფება, იმას ნიშნავს, რომ შესაბამისი ელემენტების ჯამი ნაკლებია 10-ზე.

სავარჯიშო 1.3: ზემოთ ნახსენები ამოცანა ჩამოაყალიბეთ რიცხვებისათვის.

სავარჯიშო 1.4: წინა სავარჯიშოში ჩამოყალიბებული ამოცანისათვის დაწერეთ ალგორითმი და მისი ყოველი ბიჯისათვის შესაბამისი სიმრავლეები ჩამოწერეთ.

სავარჯიშო 1.5: დაამტკიცეთ წინა სავარჯიშოში დაწერილი ალგორითმის სისწორე და დაითვალიეთ მისი ბიჯების რაოდენობა.

საეარჯიშო 1.6: განიხილეთ შემდეგი ალგორითმი:

ალგორითმი „მგელი, კურდღელი და სტაფილო“ (სწრაფი ვერსია)

მონაცემები: მდინარე და მის მარცხენა ნაპირზე განთავსებული ბუკემოტი, მგელი, კურდღელი და სტაფილო;

1. მარჯვენა ნაპირზე გადაიყვანე კურდღელი ;
2. დაბრუნდი მარცხენა ნაპირზე ;
3. მარჯვენა ნაპირზე გადაიყვანე მგელი ;
4. დაბრუნდი მარცხენა ნაპირზე ;
5. მარჯვენა ნაპირზე გადაიტანე სტაფილო .

ალგორითმი დასრულებულია

საეარჯიშო 1.7: მივიღებთ თუ არა ამ ალგორითმის მუშაობის შემდეგ იმ შედეგს, რომელიც ამოცანაშია მოთხოვნილი? არის თუ არა ეს ყველაზე სწრაფი ალგორითმი იმ ალგორითმთა შორის, რომელიც ამ ამოცანას ხსნის?

შენიშვნა: აქამდე ჩვენ განვიხილავდით შემთხვევას, როდესაც დასაწყისში ყველა მარცხენა ნაპირზე დგას. ზუსტად იგივე მსჯელობის ჩატარება შეიძლება იმ შემთხვევისათვის, როდესაც ყველა მარჯვენა ნაპირზე დგას. ამ შემთხვევისათვის ალგორითმი ანალოგიური იქნება. არც იმას აქვს მნიშვნელობა, თუ რა თანმიმდევრობით ჩამოვთვლით ცხოველებს მოცემულობაში. ეს ყოველთვის ასე არაა, როგორც შემდეგი მარტივი მაგალითი გვიჩვენებს:

მოცემულია ორი რიცხვი. გამოითვალეთ $\frac{\text{პირველი რიცხვი}}{\text{მეორე რიცხვი}}$.

ცხადია, რომ აქ გადამწყვეტი მნიშვნელობა აქვს რიცხვების თანმიმდევრობას.

საეარჯიშო 1.8: განვიხილოთ n მთელი რიცხვის ზრდადობით დალაგების ამოცანა. რა არის ამ ამოცანაში მოცემული? რა უნდა იყოს მისი საბოლოო შედეგი?

საეარჯიშო 1.9: მოიყვანეთ შემდეგი ამოცანის ალგორითმი: მოცემული 10 ცალი მთელი რიცხვისათვის დაითვალოთ კენტ რიცხვთა ჯამი. მინიშნება: ყოველ ბიჯზე უნდა შევამოწმოთ, არის თუ არა მოცემული რიცხვი კენტი.

რამდენ ბიჯს მოითხოვს ასეთი ალგორითმი? რიცხვის კენტობის შემოწმება და მიმატების ოპერაცია თითო-თითო ბიჯად ჩათვალოთ.

რა არის ამ ამოცანის მონაცემი? რა არის შედეგი? როგორია პირობაზე დადებული შეზღუდვა?

ამოცანა: ორი დიდი ხნის უნახავი მათემატიკოსი ერთმანეთს ხედება. ერთი ეუბნება: მე სამი შეილი მყავს. ერთ რამეს გეტყვი და თუ გამოიცნობ მათ ასაკს: მათი ასაკის ნამრავლია 36.

მეორე ეუბნება: ვერ გამოვიცნობ, დამატებით სხვა პირობა მჭირდება. პირველი ეტყვის: მათი ასაკის ჯამი შენს წინ მდებარე სახლის ფანჯრების რაოდენობის ტოლია. მეორე შეხედავს სახლს და ეტყვის: ერთი დამატებითი პირობა კიდევ მჭირდება.

პირველი ეტყვის: უფროსს ლურჯი თვალები აქვს. ამით მეორე სამივეს ასაკს გამოიცნობს.

შეკითხვა: რამდენი წლის არიან შეილები?