3 ანბანი და ენა

განვიხილოთ ქართული სიტყვები „ანბანი" და „ენა". ეს ქართული ენის სიტყვებია, რომელთაც ენაში რაღაცა მნიშვნელობა (სემანტიკა) აქვს. სხვა საქმეა „გჰჭპყ" - ეს ქართული ენის სიტყვა არაა, თუმცა ქართული ანბანით კი არის ჩაწერილი. ამითი განსხვავდება ერთმანეთისაგან „ენის სიტყვა" და „ენის ანბანით ჩაწერილი სიტყვა".

„ენის ანბანით ჩაწერილი სიტყვა" ამ ენის ანბანის ასოების მიმდევრობაა, რომელსაც რაღაცა სემანტიკური დატვირთვა (ანუ აზრი) შეიძლება ჰქონდეს, ან არ ჰქონდეს. რაიმე ანბანით ჩაწერილი სიტყვა შეიძლება იყოს სასრული, ან უსასრულო. როგორც წესი, ჩვენს ყოველდღიურობაში მხოლოდ სასრული სიტყვები გვხვდება. სასრული სიტყვა სასრული ზომისაა, რაც მასში შემავალი ასოების რაოდენობით განისაზღვრება.

მაგალითად, $|$ ანბანი $| = 6$ და $|$ ენა $| = 3$. თუ მოცემულია რაღაცა სიტყვა $w = w_1 w_2 ... w_n$, მისი სიგრძე (ანუ ასოების რაოდენობა) შემდეგნაირად აღინიშნება: $|w| = n$. $w(i)$ ამ სიტყვის i-ური ასოა. ასე, მაგალითად, „ანბანი"(4) = „ა" და „ელექტროფიკაცია"(7) = „ო".

თუ მოცემულია ორი სიტყვა w_1 და w_2, მაშინ $w_1 \circ w_2 = w_1 w_2$ (ეს ორი სიტყვა ერთი მეორეს მიყოლებით). მაგალითად, „ფეხ"∘„ბურთი"=„ფეხბურთი". თუ რაღაცა სიტყვა $w = u \circ v$, მაშინ ამბობენ, რომ u სიტყვა w სიტყვის პრეფიქსია, ხოლო v სიტყვა w სიტყვის სუფიქსია: $u \prec w$ და $v \succ w$. w სიტყვის n ასოიანი პრეფიქსი აღინიშნება როგორც $w[n]$, ხოლო მისი m ასოიანი სუფიქსი კი აღინიშნება როგორც $w\{m\}$ (არ აგერიოთ $w(n)$ -ში!!!).

სავარჯიშო 3.1: რას ნიშნავს შემდეგი ჩანაწერები: $|w|$, $w[|w|]$, $w(|w|)$, $w[|w|-1]$, $w[0]$, $w\{|w|\}$, $w\{|w|\}$, $w\{|w|-1\}$, $w\{0\}$?

სავარჯიშო 3.2: რას ნიშნავს შემდეგი ჩანაწერები: $|w|$, $w[|w|]$, $w(|w|)$, $w[|w|-2]$, $w[0]$, $w\{|w|\}$, $w\{|w|\}$, $w\{|w|-3\}$, $w\{0\}$, თუ $w =$„ელექტროფიკაცია" ?

სავარჯიშო 3.3: მოცემულია რაღაცა ანბანი A და ორი სიტყვა $w_1 \in A^m$ და $w_2 \in A^n$. რისი ტოლია $|w_1 \circ w_2|$?

თუ $Q = \{$ა, ბ, გ, დ, ... , ჯ, ჰ$\}$ ქართული ანბანია, მაშინ Q^n ყველა იმ სიტყვის სიმრავლეა, რომელიც ქართულ ანბანზეა შედგენილი და რომელთა ასოების რაოდენობაა (ანუ სიგრძეა) n: $Q^n = \{w \mid w(i) \in Q, (1 \leq i \leq n), |w| = n\}$. Q^* ყველა იმ სასრული სიტყვის სიმრავლეა, რომელიც Q ანბანის ასოებითაა შედგენილი:

$$Q^* = \bigcup_{i=1}^{\infty} Q^i = Q^1 \cup Q^2 \cup \cdots \cup Q^n \cup \cdots .$$

სასრული და უსასრულო სიგრძის სიტყვების გარდა არსებობს კიდევ ე.წ. „ცარიელი სიტყვა" ϵ, ანუ ისეთი სიტყვა, რომელიც არც ერთი ასოსაგან არ შედგება (ცარიელია). ცხადია, რომ $|\epsilon| = 0$, $\epsilon \prec w$ და $w \circ \epsilon = \epsilon \circ w = w$ ნებისმიერი w სიტყვისათვის.

ყველაფერი ზემოთ თქმული შეგვიძლია ჩამოვაყალიბოთ ერთ განმარტებაში:

განმარტება 3.1: ნებისმიერი სასრული სიმრავლე A შეგვიძლია განვიხილოთ, როგორც ანბანი. ამ ანბანზე შექმნილი სიტყვაა ამ ანბანის ელემენტების (ანუ ასოების) მიმდევრობა. თუ w რაიმე A ანბანზე შექმნილი სიტყვაა, $|w|$ ამ სიტყვაში შემავალი ასოების რაოდენობაა. თუ $|w| = 0$, ასეთ სიტყვას ცარიელი ეწოდება და მას აღნიშნავენ სიმბოლოთი ϵ. თუ $|w| = \infty$, ასეთ სიტყვას ეწოდება უსასრულო. თუ მოცემულია ორი სიტყვა w და v, მაშინ $w \circ v = wv$ ამ ორი სიტყვის შერწყმაა. ამბობენ, რომ u სიტყვა w სიტყვის პრეფიქსია ($u \prec w$), თუ $\exists v$ სიტყვა ისეთი, რომ $w = u \circ v$. ანალოგიურად, u სიტყვა w სიტყვის სუფიქსია, ($u \succ w$), თუ $\exists v$ სიტყვა ისეთი, რომ $w = v \circ u$. თუ w რაიმე სიტყვაა, მაშინ $w(n)$ მისი მე-n-ე ასოა, $w[n]$ მისი n ასოსაგან შემდგარი პრეფიქსი, ხოლო wn კი - მისი n ასოსაგან შემდგარი სუფიქსი.
თუ მოცემულია A ანბანი, მაშინ $A^n = \{w \mid |w| = n\}$ და $A^* = \{w \mid |w| < \infty\}$

სავარჯიშო 3.4: მოცემულია ორი სიტყვა $w_1 \in A^*$ და $w_2 \in B^*$, სადაც A და B რაღაცა ანბანებია. რა ანბანის სიტყვაა $w_1 \circ w_2$?

სავარჯიშო 3.5: მოცემულია სიტყვები $w_1 = 00134$, $w_2 = 65430$, $w_3 = 001$, $w_4 = 346$. ჭეშმარიტია თუ არა შემდეგი გამონათქვამი: $w_3 \circ w_4 = w_1 \circ w_4[6]$? პასუხი დაამტკიცეთ.

ამბობენ, რომ $w \in A^*$ სიტყვა $v \in A^*$ სიტყვას შეიცავს, თუ $\exists w_1, w_2 \in A^*$ და $w = w_1 \circ v \circ w_2$ (w_1 ან w_2 ცარიელიც შეიძლება იყოს). ამ შემთხვევაში იტყვიან, რომ v სიტყვა w სიტყვის ქვესიტყვაა. მაგალითად, თუ გვაქვს სიტყვა

„მოდიფიკაცია", მაშინ მისი ქვესიტყვებია „დიფიკა", „კაცი", „მოდი", „კაცია". ამას გარდა, „მოდი" მისი პრეფიქსია, ხოლო „კაცია" კი - სუფიქსი. მაგრამ „მოდიკაცია" მისი ქვესიტყვა არაა, თუმცა შედგება ორი ქვესიტყვისაგან.

<u>სავარჯიშო 3.6:</u> ჭეშმარიტია თუ არა შემდეგი გამონათქვამები: $w \in A^{|w|}$, $w \in A^{|w|-1}$, $w[k] \in A^k$ თუ w სიტყვა A ანბანზეა შედგენილი და $k \in \mathbb{N}$? პასუხები დაამტკიცეთ.

ანალოგიურად სიტყვები შეიძლება შევადგინოთ ნებისმიერ სხვა ანბანზე, ანუ სასრულ სიმრავლეზე. მაგალითად, თუ მოცემულია ათობითი ანბანი $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, მასში შეიძლება ყველა ნატურალური რიცხვი ჩაიწეროს. ასეთ ჩანაწერს „რიცხვის ათობითი ჩანაწერი" ეწოდება, რადგან მის გამოსახატავად (ჩასაწერად) მხოლოდ ეს 10 ასო, ანუ ციფრი გამოიყენება.

როგორც აღმოჩნდა, შეიძლება უსასრულოდ ბევრი ანბანის შექმნა. თუ M_1 და M_2 სხვადასხვა ანბანებია, არსებობს ბიექტიური ასახვა $f : M_1^* \to M_2^*$, რაც იმას ნიშნავს, რომ ანბანის შერჩევას მნიშვნელობა არ აქვს: რაც ერთი ანბანით ჩაიწერება, იგივე სხვა ნებისმიერი ანბანითაც შეიძლება ჩაიწეროს.

მაგალითად, ქართული ანბანის სიტყვები ათობითი ანბანით შემდეგნაირად შეიძლება ჩაიწეროს:

პირველ რიგში ქართული ანბანის თითო ასო ათობითი ანბანის სიტყვებად უნდა ჩავწეროთ:

ა $\to$ 00	ბ $\to$ 01	გ $\to$ 02	დ $\to$ 03	ე $\to$ 04	ვ $\to$ 05	ზ $\to$ 06	თ $\to$ 07	ი $\to$ 08	კ $\to$ 09
ლ $\to$ 10	მ $\to$ 11	ნ $\to$ 12	ო $\to$ 13	პ $\to$ 14	ჟ $\to$ 15	რ $\to$ 16	ს $\to$ 17	ტ $\to$ 18	უ $\to$ 19
ფ $\to$ 20	ქ $\to$ 21	ღ $\to$ 22	ყ $\to$ 23	შ $\to$ 24	ც $\to$ 25	ჩ $\to$ 26	ძ $\to$ 27	წ $\to$ 28	ჭ $\to$ 29
ხ $\to$ 30	ჯ $\to$ 31	ჰ $\to$ 32							

შემდეგ ქართული ანბანით ჩაწერილი ყოველი სიტყვის ასო შესაბამისი ორეულით უნდა შევცვალოთ. მაგალითად, „კონსპექტი" შემდეგნაირად ჩაიწერება: „091312171404211808".

<u>სავარჯიშო 3.7:</u> როგორ ჩაიწერება ამ მეთოდებით სიტყვა „ელექტროფიკაცია" ? რომელი ქართული სიტყვაა ჩაწერილი სიტყვით „02001113250300" ?

თუ ცნობილია, რომელ ასოს რომელი ციფრების წყვილი (ორეული) შეესაბამება, ადვილი გამოსაანგარიშებელია ქართული სიტყვა. მაგრამ თუ ათობითში ჩაწერილი ეს სიტყვა ვინმეს ჩაუვარდა ხელში, ვინც არ იცის, თუ რომელ რიცხვს რომელი ასო შეესაბამება, ქართული სიტყვის აღდგენა გაძნელდება. ძალიან ძნელი იქნება საწყისი სიტყვის აღდგენა, თუ ჩვენ ასოებს ორ ნიშნა რიცხვებს შევუსაბამებთ ისე, როგორც ამას ჩვენ მოვინდომებთ, მაგალითად:

ა $\to$ 39	ბ $\to$ 27	გ $\to$ 99	დ $\to$ 03	ე $\to$ 38	ვ $\to$ 21	ზ $\to$ 76	თ $\to$ 78	ი $\to$ 87	კ $\to$ 90
ლ $\to$ 10	მ $\to$ 11	ნ $\to$ 13	ო $\to$ 31	პ $\to$ 37	ჟ $\to$ 65	რ $\to$ 16	ს $\to$ 17	ტ $\to$ 18	უ $\to$ 19
ფ $\to$ 47	ქ $\to$ 51	ღ $\to$ 66	ყ $\to$ 08	შ $\to$ 24	ც $\to$ 25	ჩ $\to$ 26	ძ $\to$ 00	წ $\to$ 01	ჭ $\to$ 09
ხ $\to$ 81	ჯ $\to$ 06	ჰ $\to$ 32							

თუ ცნობილია, რომელ ასოს რა ორეული შეესაბამება (მაგალითად ისე, როგორც ზედა ცხრილშია მოყვანილი), შეგვიძლია რაღაცა $f : Q \to A \times A$ ფუნქციის შედგენა (აქ Q ქართული ანბანია და $A = \{0, 1, 2, ..., 9\}$). თუ ეს ფუნქცია შედგენილია ზედა ცხრილის საშუალებით, მაშინ $f(\text{ა}) = 39$, $f(\text{ბ}) = 27$, $f(\text{ლ}) = 10$, $f(\text{შ}) = 24$ და ა.შ.

რაღაცა სიტყვა $w \in Q^n$ კი შემდეგი რეკურსიული ალგორითმით შეიძლება ჩავწეროთ ათობითი ანბანის გამოყენებით:

ალგორითმი $P(w)$

მონაცემი: $w \in Q^{|w|}$.

- თუ $w = \epsilon$, ალგორითმი დაასრულე;
- პასუხად გამოიტანე სიტყვა „$P(w[|w| - 1]) \circ f(w(|w|))$"

  (აქ f ფუნქცია ზემოთ მოყვანილი ცხრილითაა განსაზღვრული).

ამ ალგორითმში ორი სიახლეა შემოტანილი:

1. ეს ალგორითმი უფრო ფორმალურადაა ჩაწერილი, ვიდრე აქამდე მოყვანილ ყველა მაგალითში: ჩანაწერი „ალგორითმი $P(w)$" ნიშნავს, რომ ამ ალგორითმს სახელად ეწოდება P, ხოლო მონაცემად (ან, სამეცნიერო ტერმინოლოგია რომ ვიხმაროთ, არგუმენტად) მოცემული აქვს სიტყვა w.

2. იმის მაგივრად, რომ სიტყვიერად ვწეროთ: „ჩაატარე იგივე ოპერაციები $w[|w|-1]$ მონაცემისათვის, ჩვენ ვწერთ $P(w[|w|-1])$ (რადგან ამ ალგორითმს ეწოდება P, ამიტომ $P(w[|w|-1])$ ნიშნავს: ჩაატარე ალგორითმი P მონაცემით $w[|w|-1]$.

სავარჯიშო 3.8: დაწვრილებით აღწერეთ P(„ხელი”) ალგორითმის მსვლელობა (რას აკეთებს ყოველ ბიჯში).

თუ ქართულ სიტყვებს ბოლოს მოყვანილი ცხრილის მიხედვით ჩავწერთ ათობით ანბანში, მაშინ საწყისი ტექსტის აღდგენა საკმაოდ გაძნელდება, თუ ასოებსა და ციფრთა ორეულებს შორის შესაბამისობები ცნობილი არ არის.

სავარჯიშო 3.9: რომელი ქართული სიტყვაა კოდირებული ზემოთ მოყვანილი ცხრილის მიხედვით ათობით ანბანზე შედგენილ სიტყვაში „99001131250300” ? როგორ შეიძლება ჩავწეროთ სიტყვა „წყალი” ?

სავარჯიშო 3.10: მოცემულია ქართული ანბანი Q და ათობითი ანბანი A. თუ $w \in Q^n$ და $v \in A^*$ w სიტყვის შესაბამისი ჩანაწერია ათობით ანბანში

აღსანიშნავია, რომ არსებობს მეთოდები, რომელთა საშუალებითაც შეიძლება ზედა ცხრილის მიხედვით კოდირებული ტექსტის გახსნა იმის და მიუხედავად, თუ ცხრილი ცნობილი არ არის: თუ ვიცით, რომ კოდირებულია ქართული ტექსტი, მოვძებნით იმ ორეულს, რომელიც ყველაზე ხშირად გვხვდება. რადგან ქართულ ენაში ყველაზე ხშირია ასო „ე”, ამიტომ სავარაუდოა, რომ ის ორეულიც „ე” ასოს შესაბამისი იქნება. შემდეგ დავითვლით იმ ოთხეულების რაოდენობას, რომელიც „ე” ასოს შესაბამისი ორეულით იწყება. ქართულ ენაში გამოკვლეულია, თუ რომელი ასო გვხვდება ყველაზე ხშირად „ე” ასოს შემდეგ. ანალოგიურად და რამოდენიმე ექსპერიმენტის ჩატარების შედეგად ტექსტის გაშიფვრა შესაძლებელია.

მონაცემთა ანდაგვარი კოდირებითა და გახსნით დაკავებულია ინფორმატიკისა და მათემატიკის ერთ-ერთი განხრა - კრიპტოგრაფია.

თუ მოცემულია რაიმე ანბანი M, მაშინ $L \subset M^*$ ამ ანბანზე შედგენილი ენა ეწოდება.

ანბანსა და ენას ცენტრალური როლი ენიჭება ინფორმატიკაში, რადგან დამტკიცდა, რომ ნებისმიერი ამოცანა შეიძლება რაღაცა ენაში ჩაიწეროს და მისი ამოხსნის ძიება ამ ენაში გარკვეული სიტყვების ძიების ტოლფასია.

ინფორმატიკაში ძალიან მნიშვნელოვანია ე.წ. „ორობითი ანბანი” $\mathbb{B} = \{0, 1\}$. ნებისმიერი ინფორმაცია შეიძლება ჩაიწეროს ამ ანბანის სიტყვებით, ანუ ორობით კოდში.

მაგალითად, თუ მოცემულია რაიმე ნატურალური რიცხვი $n \in \mathbb{N}$, მისი ჩაწერა ორობით კოდში შემდეგი ალგორითმით შეიძლება:

მოცემულია: $n \in \mathbb{N}$.

- თუ $n = 0$, ალგორითმი დაასრულე.
- ამობეჭდე $\frac{n}{2}$ გაყოფისას მიღებული ნაშთი

  (თუ n კენტია, ამობეჭდე „1”) ;

  (თუ n ლუწია, ამობეჭდე „0”);
- ეს პროცედურა გაიმეორე $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ მონაცემისათვის .

მაგალითად, თუ $n = 5$, ალგორითმი შემდეგნაირად იმუშავებს:

მოცემულია: $n = 5$.

- თუ $n = 0$, ალგორითმი დაასრულე - (ამ შემთხვევაში ეს არ სრულდება)
- თუ n კენტია, ამობეჭდე „1” - (ამ შემთხვევაში ეს სრულდება: 5 კენტია) ;

  ამობეჭდილი რიცხვი: "1"
- თუ n ლუწია, ამობეჭდე „0” - (ამ შემთხვევაში ეს არ სრულდება) ;

- ეს პროცედურა გაიმეორე $\lfloor\frac{5}{2}\rfloor = 2$ მონაცემისათვის :

  მოცემულია: $n = 2$.

- თუ $n = 1$, ამობეჭდე „1" და ალგორითმი დაასრულე - (ამ შემთხვევაში ეს არ სრულდება)

- თუ n კენტია, ამობეჭდე „1" - (ამ შემთხვევაში ეს არ სრულდება: 2 ლუწია) ;

  ამობეჭდილი რიცხვი: "01"

- თუ n ლუწია, ამობეჭდე „0" - (ამ შემთხვევაში ეს სრულდება: 2 ლუწია) ;

- ეს პროცედურა გაიმეორე $\lfloor\frac{2}{2}\rfloor = 1$ მონაცემისათვის :

  მოცემულია: $n = 1$.

- თუ $n = 0$, ალგორითმი დაასრულე - (ამ შემთხვევაში ეს არ სრულდება)

- თუ n კენტია, ამობეჭდე „1" - (ამ შემთხვევაში ეს სრულდება: 1 კენტია) ;

  ამობეჭდილი რიცხვი: "101"

- ეს პროცედურა გაიმეორე $\lfloor\frac{1}{2}\rfloor = 0$ მონაცემისათვის :

  მოცემულია: $n = 1$.

- თუ $n = 0$, ალგორითმი დაასრულე - (ამ შემთხვევაში ეს სრულდება).

  ალგორითმი დასრულდა.

სავარჯიშო 3.11: გადაიყვანეთ ორობით კოდში შემდეგი რიცხვები: 13, 127, 17, 8, 16, 0.

ანალოგიურად შეიძლება ნებისმიერი რიცხვის ნებისმიერი ანბანით ჩაწერა. თუ მოცემულია k ასოიანი ანბანი, მაშინ იტყვიან, რომ მისი სიტყვები ჩაწერილია k ბაზით:

მოცემულია: $n \in \mathbb{N}$ (ჩასაწერი რიცხვი) და $k \in \mathbb{N}$ (ბაზა).

- თუ $n = 0$, ალგორითმი დაასრულე.
- ამობეჭდე $\frac{n}{k}$ გაყოფისას მიღებული ნაშთი
- ეს პროცედურა გაიმეორე $\lfloor\frac{n}{k}\rfloor$ მონაცემისათვის .

სავარჯიშო 3.12: წინა სავარჯიშოში მოყვანილი რიცხვები ჩაწერეთ რვაობით, თექვსმეტობით და ორობით კოდებში.

სავარჯიშო 3.13: დაწერეთ ალგორითმი, რომელიც ორობით კოდში ჩაწერილ რიცხვს ათობით კოდში გადაიყვანს.

3.1 მომგებიანი სტრატეგია თამაშებში

3.1.1 თამაში ასანთებით:

მოცემულია ასანთების სამი გროვა. პირველ გროვაშია x_1 ასანთი, მეორეში x_2 და მესამეში x_3.
ორი მოთამაშე რიგ-რიგობით იღებს რამოდენიმე ასანთს ერთი და მხოლოდ ერთი გროვიდან. მოგებულია ის მოთამაშე, რომელიც ბოლოს აიღებს ასანთს და მოწინააღმდეგეს არაფერი აღარ დარჩება.

მაგალითად, პირველ გროვაშია 3 ასანთი, მეორეში 9 და მესამეში 6.

მოცემულია: $x_1 = 3$, $x_2 = 9$, $x_3 = 6$.

- პირველი მოთამაშე იღებს 3 ასანთს მეორე კონიდან: $x_2 = x_2 - 3$. დარჩება: $x_1 = 3$, $x_2 = 9 - 3 = 6$, $x_3 = 6$.
- მეორე მოთამშე ისევე მეორე კონიდან იღებს 2 ასანთს: $x_2 = x_2 - 2$. დარჩება: $x_1 = 3$, $x_2 = 6 - 2 = 4$, $x_3 = 6$.
- პირველი მოთამაშე იღებს 1 ასანთს მესამე კონიდან: $x_3 = x_3 - 1$. დარჩება: $x_1 = 3$, $x_2 = 4$, $x_3 = 6 - 1 = 5$.
- მეორე მოთამშე პირველი კონიდან იღებს 3 ასანთს: $x_1 = x_1 - 3$. დარჩება: $x_1 = 3 - 3 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 5$.
- პირველი მოთამაშე იღებს 1 ასანთს მესამე კონიდან: $x_3 = x_3 - 1$. დარჩება: $x_1 = 0$, $x_2 = 4$, $x_3 = 5 - 1 = 4$.
- მეორე მოთამშე მეორე კონიდან იღებს 3 ასანთს: $x_2 = x_2 - 3$. დარჩება: $x_1 = 0$, $x_2 = 4 - 3 = 1$, $x_3 = 4$.
- პირველი მოთამაშე იღებს 3 ასანთს მესამე კონიდან: $x_3 = x_3 - 3$. დარჩება: $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 4 - 3 = 1$.
- მეორე მოთამშე მეორე კონიდან იღებს 1 ასანთს: $x_2 = x_2 - 1$. დარჩება: $x_1 = 0$, $x_2 = 1 - 1 = 0$, $x_3 = 1$.
- პირველი მოთამაშე იღებს 1 ასანთს მესამე კონიდან: $x_3 = x_3 - 1$. დარჩება: $x_1 = 0$, $x_2 = 0$, $x_3 = 1 - 1 = 0$.

პირველმა მოთამაშემ მოიგო, რადგან მოწინააღმდეგეს სვლა აღარ დარჩა.

ამ თამაშში მომგებიანი სტრატეგია არსებობს, ანუ ისეთი ალგორითმი, რომლითაც ერთ-ერთი მოთამაშე ყოველთვის მოიგებს.
თითო კონაში ასანთების რაოდენობა x_1, x_2 და x_3 ორობით კოდში ჩავწეროთ: $x_1 = a_1a_2...a_n$, $x_2 = b_1b_2...b_n$, $x_3 = c_1c_2...c_n$. ჩვენს მაგალითში მივიღებთ:
$x_1 = 0011$, $x_2 = 1001$, $x_3 = 0101$.
შენიშვნა: x_2 ოთხი ასოსგან (ბიტისგან) შედგება, x_1 და x_3 რიცხვების ჩასაწერად კი საკმარისია 2 და შესაბამისად 3 ბიტი, მაგრამ ჩვენ სამივე რიცხვს ერთსა და იმავე სიგრძის სიტყვებად ვწერთ: თუ რაიმე ორობითი რიცხვი მოკლეა, მარცხენა მხარეს ნულების დამატებით მათი მნიშვნელობა არ იცვლება.

სამივე რიცხვს ვწერთ ერთმანეთის ქვემოთ და თითოეულ სვეტში ერთიანების რაოდენობას ვითვლით:

$$\begin{matrix} a_1 & a_2 & ... & a_n \\ b_1 & b_2 & ... & b_n \\ c_1 & c_2 & ... & c_n \end{matrix}$$

თუ ყველა სვეტში ერთიანების რაოდენობა ლუწია, მაშინ პირველი სვლა მოწინააღმდეგეს უნდა დავუთმოთ. ამ შემთხვევაში, თუ მოწინააღმდეგე ერთი კონიდან რამოდენიმე ასანთს აიღებს, ერთიანების რაოდენობე ერთ სვეტში მაინც კენტი იქნება.
თუ ერთ-ერთ სვეტში მაინც ერთიანების რაოდენობა კენტია, ჩვენ ერთ-ერთი კონიდან იმდენი ასანთი უნდა ავიღოთ, რომ ერთიანების რაოდენობა ყველა სვეტში ლუწი გახდეს.
ჩვენს მაგალითში:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

რადგან ერთი სვეტი მაინც არსებობს ისეთი, სადაც ერთიანების რაოდენობა კენტია, პირველი სვლა ჩვენი უნდა იყოს.
თუ მეორე კონაში (სტრიქონში) დავტოვებთ რიცხვს 0110, მაშინ ყველა სვეტში ერთიანების რაოდენობა ლუწი გახდება. ამიტომ მეორე კონაში უნდა დავტოვოთ 6 ასანთი (ანუ უნდა ავიღოთ 3).
დაგერჩება:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

რამდენი ასანთიც არ უნდა აიღოს მოწინააღმდეგემ, აუცილებლად აღმოჩნდება ისეთი სვეტი, სადაც ერთიანების რაოდენობა კენტია. ვთქვათ, პირველი კონიდან მოაკლეს 2 და დაგვრჩა:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

ერთიანების რაოდენობა მარჯვნიდან მეორე სვეტშია კენტი. ამრიგად, თუ მეორე კონაში დავტოვებთ ოთხ ასანთს, დაგვრჩება:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

მოწინააღმდეგის მიერ რამოდენიმე ასანთის აღება ისევ იგივე ეფექტს გამოიწვევს: ერთ-ერთ სვეტში მაინც გაჩნდება კენტი რაოდენობის ერთიანი. ვთქვათ, მან აიღო მეორე კონიდან ყველა ასანთი:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

თუ ჩვენ მესამე კონაში დავტოვებთ ერთ ასანთს, ერთიანების რაოდენობა კვლავ ყველგან გალუწდება:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{matrix}$$

მოწინააღმდეგე იძულებულია, ერთ-ერთი კონიდან დარჩენილი ერთი ასანთი აიღოს:

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$

ბოლო სვლით ჩვენ ვიგებთ.

ამრიგად, გარკვეულ ვითარებებში სასურველია მონაცემთა ორობით კოდში ჩაწერა და შემდეგ ორობით ანბანზე შედგენილი სიტყვებით სტრატეგიის შემუშავება.

სავარჯიშო 3.14: დაწერეთ ალგორითმი, რომელიც ამ თამაშში მომგებიანი სტრატეგიით იმოქმედებს, ანუ მოცემული სამი რიცხვისათვის განსაზღვრავს, თვითონ დაიწყოს თუ არა და შემდეგ ყოველთვის მოიგებს.

3.2 მომგებიანი სტრატეგია კაზინოში:

ვირჩევთ რომელიმე ფერს (მაგალითად, შავს) და ყოველ ჯერზე ვდებთ რაღაცა თანხას. თუ ეს ფერი მოვიდა, ვიგებთ დადებული თანხის ორმაგ რაოდენობას. თუ ჩვენი ფერი არ მოვიდა, დადებული თანხა იკარგება. იმისათვის, რომ ამ თამაშისათვის შევიმუშავოთ მომგებიანი სტრატეგია, უნდა გავითვალისწინოთ რამოდენიმე ზოგადი წესი:

1. პირველ ჯერზე ჩვენს ფერზე ვდებთ a_1 ოდენობის თანხას. ჯამში დახარჯული თანხაა a_1.
2. თუ ჩვენი ფერი მოვიდა, ვიღებთ მოგებულ თანხას $2a_1$ და ყველაფერს ვიწყებთ თავიდან.
3. თუ ჩვენი ფერი არ მოვიდა, მეორე ჯერზე ვდებთ a_2 ოდენობის თანხას. ჯამში ჩადებული თანხა იქნება a_1+a_2.
4. თუ ჩვენი ფერი მოვიდა, ვიღებთ მოგებულ თანხას $2a_2$ და ყველაფერს ვიწყებთ თავიდან.

5. თუ ჩვენი ფერი არ მოვიდა, მესამე ჯერზე ვდებთ a_3 ოდენობის თანხას. ჯამში ჩადებული თანხა იქნება $a_1 + a_2 + a_3$.

   და ასე ვაგრძელებთ მანამ, სანამ არ მოვა ჩვენი ფერი:

6. მე-n-ე ჯერზე ვდებთ a_n ოდენობის თანხას. ჯამში ჩადებული თანხა იქნება $a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$. თუ ჩვენი ფერი მოვიდა, მოგებული თანხა იქნება $2a_n$.

7. რადგან აქამდე ჩადებული თანხა იყო $a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n$, სულ მოგებული გვექნება $2a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n) = a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1})$ ოდენობის თანხა.

თუ $2a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1} + a_n) = a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) < 0$, მაშინ დახარჯული თანხა მოგებულზე მეტი იქნება, ანუ თამაშს წავაგებთ. ჩვენი ამოცანაა $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ მიმდევრობა ისე შევარჩიოთ, რომ $a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) > 0$.

ერთი შესაძლებლობაა $a_i = 2^i$. ამ შემთხვევაში $a_n = 2^n$ და $(a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) = 2^n - 1$. აქედან გამომდინარე, $a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) = 2^n - (2^n - 1) = 1$. ესე იგი, ამ სტრატეგიით (ყოველ ჯერზე დადებული თანხის გაორმაგებით) 1 ერთეულს მოვიგებთ.

თუ $(a_i)_{i=1}^{\infty}$ მიმდევრობას ისე შევარჩევთ, რომ $a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) = n$, მაშინ ჩვენი ფერის მოსვლაზე ვიგებთ იმდენ თანხას, რამდენჯერაც მოგვიწია თანხის დადება.

ახლა გამოვიანგარიშოთ, თუ რა უნდა იყოს $(a_i)_{i=1}^{\infty}$ მიმდევრობა. $a_1 = 1$. a_n მოცემულია რეკურსიული ფორმულით: $a_n - (a_1 + a_2 + \cdots + a_{n-1}) = n$.

სავარჯიშო 3.15: მათემატიკური ინდუქციით დაამტკიცეთ, რომ $a_n = 2^n - 1$ და $a_n = 2 \cdot a_{n-1} + 1$.

ამრიგად, ამ თამაშის მომგებიანი სტრატეგია შემდეგია:

- არჩეულ ფერზე დადე 2·[წინა ჯერზე დადებული თანხა] +1 თანხა
- თუ ეს ფერი მოვიდა, აიღე მოგებული თანხა და თამაში შეწყვიტე.
- თუ ჩვენი ფერი არ მოვიდა, ალგორითმი თავიდან გაიმეორე.

სავარჯიშო 3.16: დაამტკიცეთ ამ სტრატეგიის სისწორე.